قسم الرياضيات

المادة: ميكانيك تحليلي — السنة الثالثة

المحاضرة التاسعة عملي — الفصل: الأول

- الحركة المستوية متماسكة مع الجسم في المستوي الثابت (الحركة المستوية).

- المركز الآني للدوران

هو المكان أو النقطة التي تنعدم فيه السرعة آنيا.

وتوجد طريقتين.

الأولى: الهندسية: وهي أخذ نقطتين من الجسم وحساب سرعة كل من النقطتين من A نقيم عمود ومن B نقيم عمود ونقطة التقاء العمودين هو المركز الآني للدوران.

الثانية: تحليلية:

[1] على R_1 ...

$$\vec{O_1I} = \frac{\vec{\omega}\wedge\vec{V}(O_1)}{\omega^2}$$

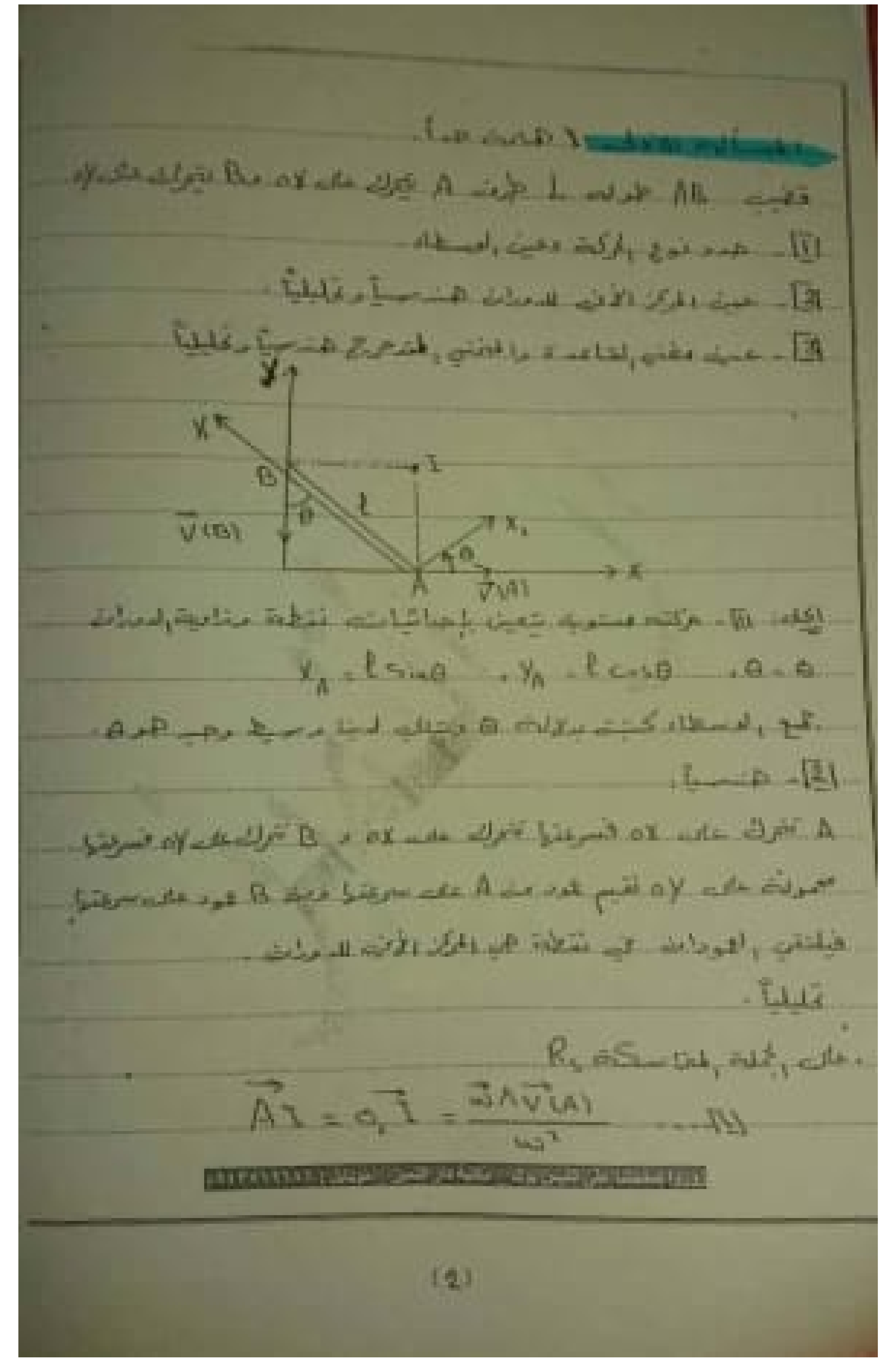
[2] على R ...

$$\vec{OI} = \vec{OO_1} + \vec{O_1I}$$

- حساب منحني القاعدة والمتدحرج.

منحني القاعدة ينتج من معادلة المركز الآني على R.

منحني المتدحرج ينتج من معادلة المركز الآني على R_1



[illegible] (هندسيًا).

قضيب AB طوله l طرفه A يتحرك على ox بينما B يتحرك على oy

1- حدد نوع الحركة وعين المسقط.

2- عين المركز الآني للدوران هندسيًا وتحليليًا.

3- عين منحنى القاعدة والمتدحرج هندسيًا وتحليليًا.

الحل: 1- حركته مستوية تتعين إحداثياته نقطة ... بالمعادلات

$x_A = l\sin\theta$ ، $y_A = l\cos\theta$ ، $\theta = \theta$

وجميع المسقط كتبت بدلالة θ ويتطلب لنا درجة حرية واحدة.

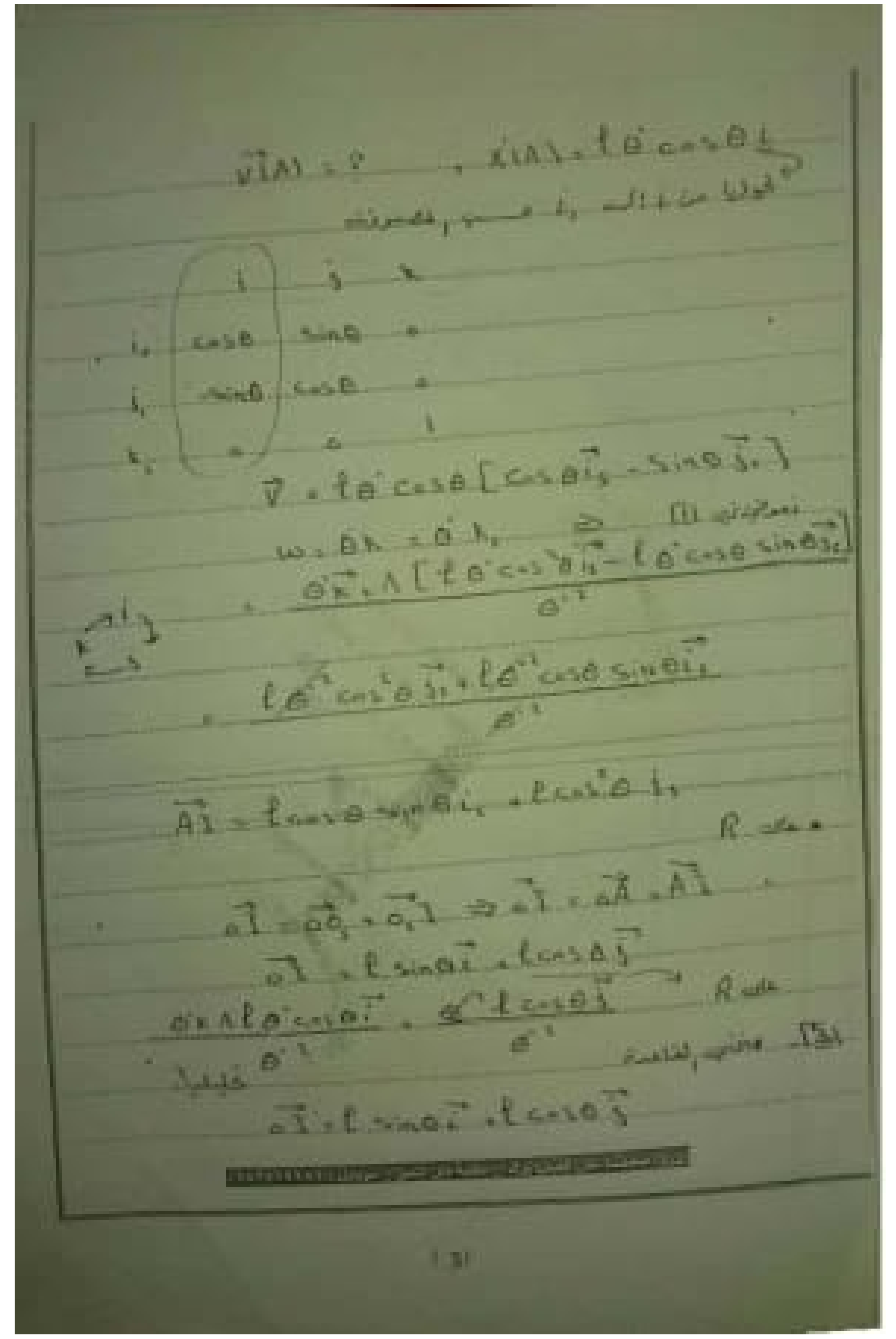
2- هندسيًا:

A تتحرك على ox فسرعتها على ox و B تتحرك على oy فسرعتها محمولة على oy نقيم عمود من A على سرعتها وكذلك B عمود على سرعتها فيلتقي العمودان في نقطة هي المركز الآني للدوران.

تحليليًا:

علاقة المركز الآني للدوران R_s

$$\vec{AI} = a\vec{j} = \frac{\vec{\omega}\wedge\vec{V}(A)}{\omega^2} \quad ...(1)$$



المعادلات
$$\begin{cases} X(t) = l\sin\theta \\ Y(t) = l\cos\theta \end{cases}$$

$$X^2(t) + Y^2(t) = l^2$$

دائرة مركزها $(0,0)$ ونصف قطرها l

منحنى مسار Z.

$$\vec{Az} = l\cos\theta\sin\theta\,\vec{i_1} + l\cos^2\theta\,\vec{j_1}$$

$$X_1(t) = l\sin\theta\cos\theta = \frac{l}{2}\sin 2\theta$$

$$Y_1(t) = l\cos^2\theta = \frac{l(1+\cos 2\theta)}{2} \Rightarrow$$

نطرح ونربع $\Rightarrow$ $Y_1(t) - \frac{l}{2} = \frac{l}{2}\cos 2\theta$

$$X_1^2(t) + \left(Y_1(t) - \frac{l}{2}\right)^2 = \frac{l^2}{4}$$

معادلة دائرة مركزها $(0, \frac{l}{2})$ ونصف قطرها $(\frac{l}{2})$.

هندسيا:

منحنى القاعدة $|\vec{AB}| = |\vec{Oz}|$

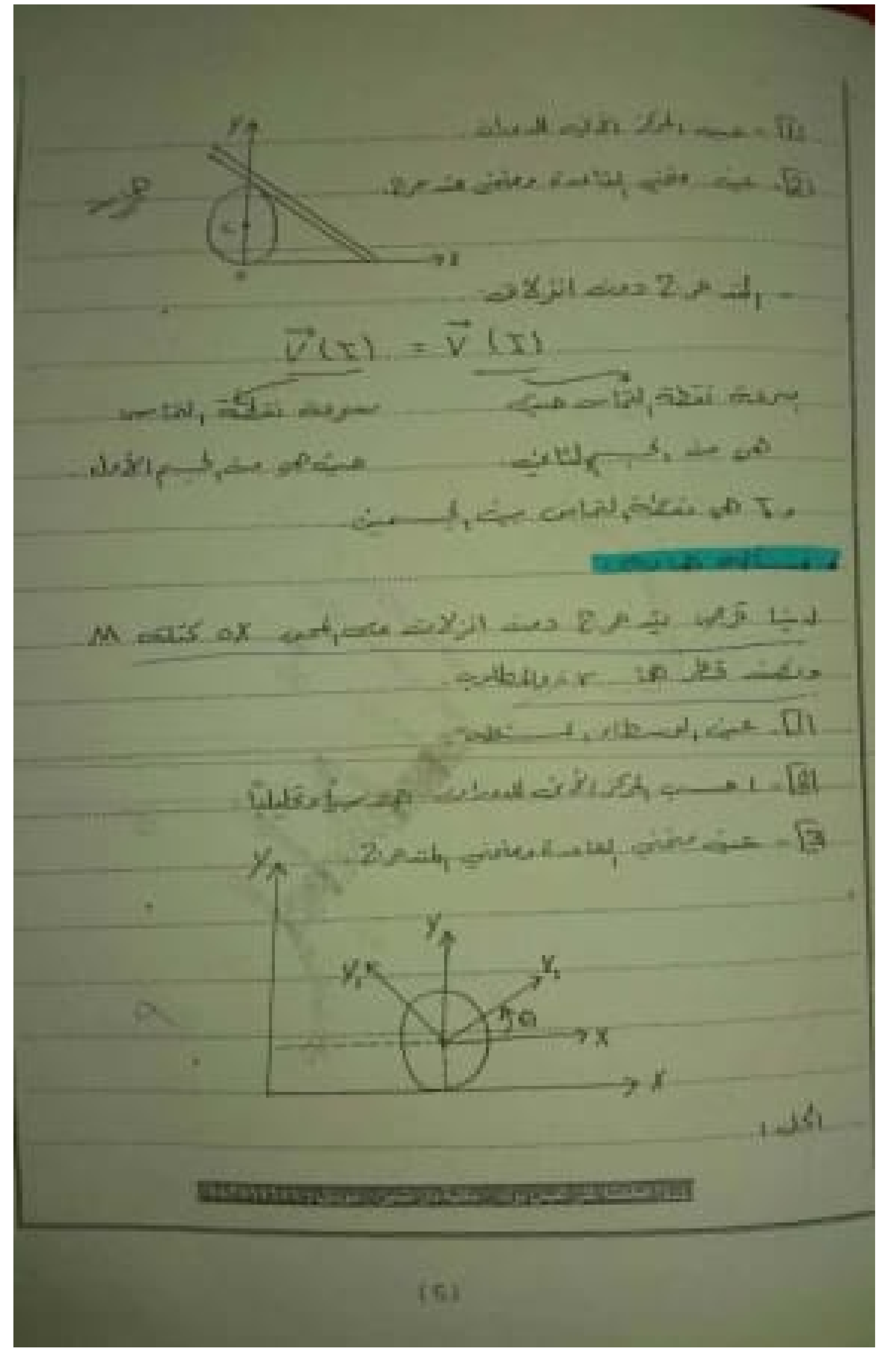
مسار دائرة مركزها O ونصف قطرها l

منحنى المسار Z.

$$\frac{1}{2}|\vec{Oz}| = \frac{1}{2}|\vec{AB}| = \frac{l}{2}$$

مسار دائرة مركزها C ونصف قطرها $\frac{l}{2}$

- مطابقة المسارات التي حسبت في المعالم السابقة.


- لدينا ع 2 دون انزلاق
$\vec{V}(I) = \vec{V}(I)$
سرعة نقطة التماس حيث هي من الجسم الثاني
سرعة نقطة التماس حيث هي من الجسم الأول
و I هي نقطة التماس بين الجسمين
لدينا قرص يتدحرج دون انزلاق على المحور ox كتلته M ونصف قطره r
1- عين السرعات
2- احسب الحركة الآنية
3- عين معادلة القاعدة ومعادلة المتدحرجة
Y
X
Y_1
X_1
θ
(5)

[1] ـ حركة مستوية وسطاتها الآن هي : θ ، $y(c)$ ، $x(c)$ ، حيث

$y_c = r$ ليست مستقيمة ومتناهية لدينا وسيطتيها وبما أنه ذكر أنه

يتدحرج نستخدم شرط التدحرج دون الانزلاق.

$$\vec{V}(A) = \vec{V}(A)$$

$A \in ox$ $\quad$ $A \in (S)$

$\vec{V} = 0$ لا تتحرك

حركة مستوية متناهية حسب القانون :

oy لأنه ثابت

$$\vec{V}(c) = \vec{\omega} \wedge \vec{CA}$$

$\vec{V}(c) \rightarrow L\vec{c}'$ ، $\vec{\omega} \rightarrow \dot{\theta}\vec{k}$ ، $\vec{CA} \rightarrow -r\vec{j}$ عكس اتجاه المحور

$$\vec{V}(c) = \frac{d}{dt}\vec{OC}$$

$$\vec{OC} = x_c\vec{i} + y_c\vec{j}$$

$$0 = \dot{x}\vec{i} + (\dot{\theta}\vec{k} \wedge -r\vec{j})$$

$$\vec{0} = \dot{x}\vec{i} + \dot{\theta}r\vec{i}$$

$$\vec{0} = (\dot{x} + \dot{\theta}r)\vec{i}$$

$$\vec{0} = \dot{x} + r\dot{\theta} \Rightarrow \dot{x} = -r\dot{\theta}$$

ومنه لدينا علاقة دقيقة تربط بين θ والوسيط x هي θ

انتهت المحاضرة